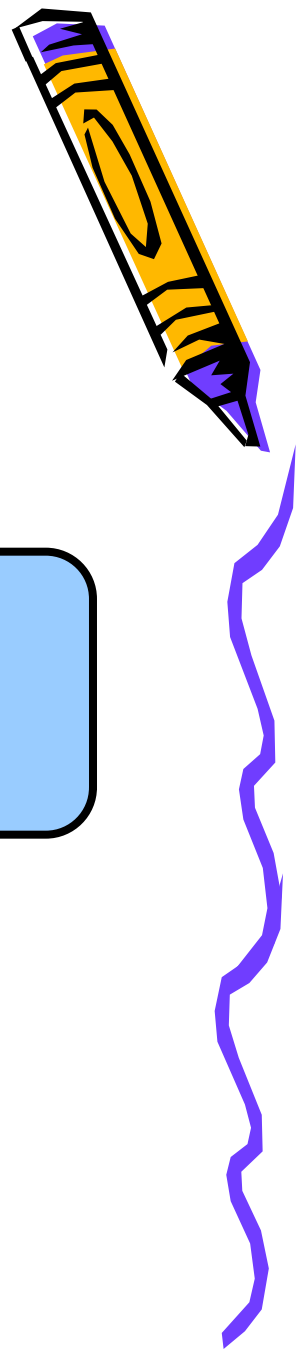


BAB 1 VEKTOR



1.1 BESARAN SKALAR DAN VEKTOR



Sifat besaran fisis :

- Skalar
- Vektor

➤ Besaran Skalar

Besaran yang cukup dinyatakan oleh besarnya saja (besar dinyatakan oleh bilangan dan satuan).

Contoh : waktu, suhu, volume, laju, energi

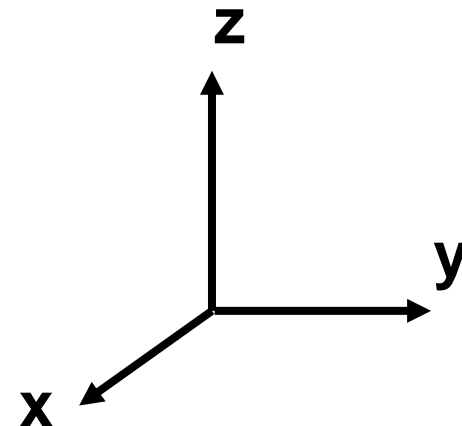
Catatan : skalar tidak tergantung sistem koordinat

➤ Besaran Vektor

Besaran yang dicirikan oleh besar dan arah.

Contoh : kecepatan, percepatan, gaya

Catatan : vektor tergantung sistem koordinat



1.2 PENGGAMBARAN DAN PENULISAN (NOTASI) VEKTOR

Gambar :



Titik P : Titik pangkal vektor

Titik Q : Ujung vektor

Tanda panah : Arah vektor

Panjang $PQ = |PQ|$: Besarnya (panjang) vektor

Notasi Vektor

A → Huruf tebal

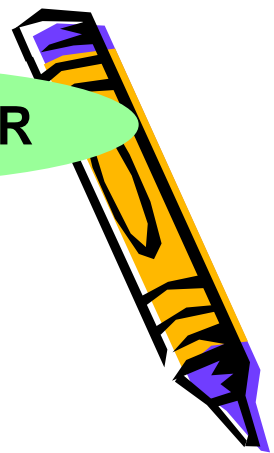
\vec{A} → Pakai tanda panah di atas

A → Huruf miring

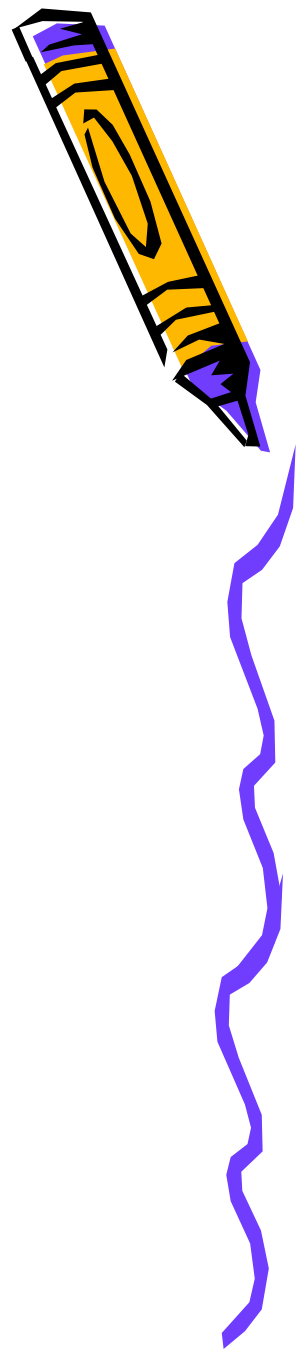
Besar vektor $A = A = |A|$
(pakai tanda mutlak)

Catatan :

Untuk selanjutnya notasi vektor yang digunakan huruf tebal



Catatan :



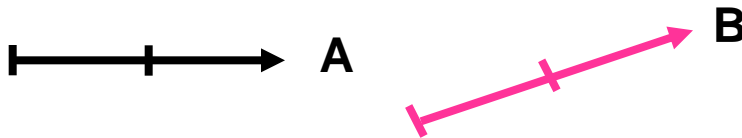
a. Dua vektor sama jika arah dan besarnya sama



$$A = B$$

b. Dua vektor dikatakan tidak sama jika :

1. Besar sama, arah berbeda



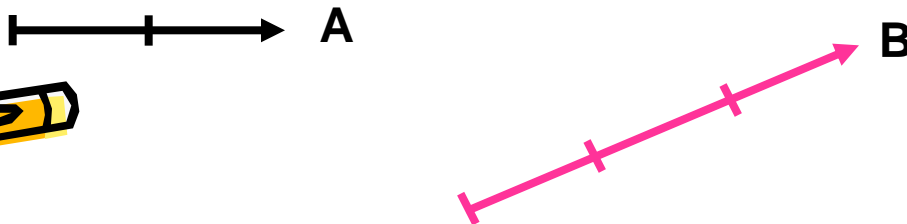
$$A \neq B$$

2. Besar tidak sama, arah sama



$$A \neq B$$

3. Besar dan arahnya berbeda



$$A \neq B$$



1.3 OPERASI MATEMATIK VEKTOR

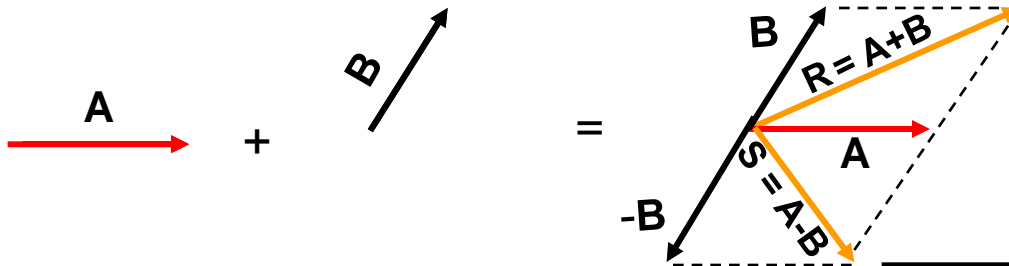
1. Operasi jumlah dan selisih vektor
2. Operasi kali

2.3.1 JUMLAH DAN SELISIH VEKTOR

Metode:

1. Jajaran Genjang
2. Segitiga
3. Poligon
4. Uraian

1. Jajaran Genjang

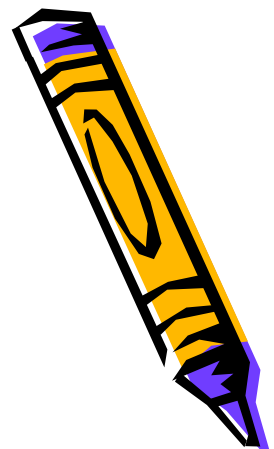


$$R = A + B$$

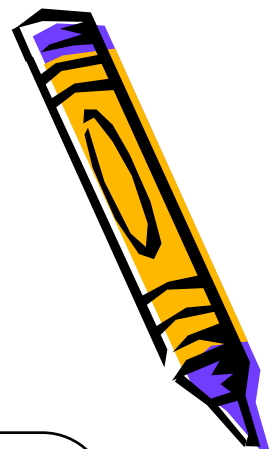
Besarnya vektor $R = |R| = \sqrt{A^2 + B^2 + 2AB \cos \theta}$

Besarnya vektor $A+B = R = |R| = \sqrt{A^2 + B^2 + 2 AB \cos \theta}$

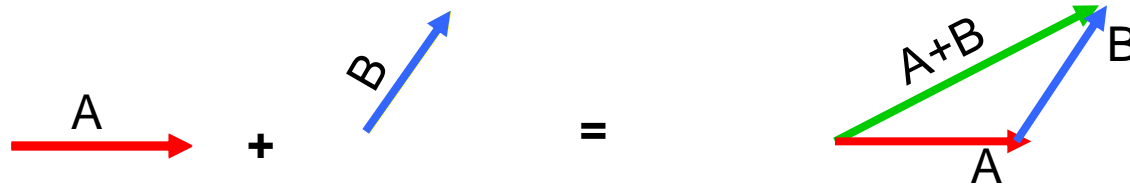
Besarnya vektor $A-B = S = |S| = \sqrt{A^2 + B^2 - 2 AB \cos \theta}$



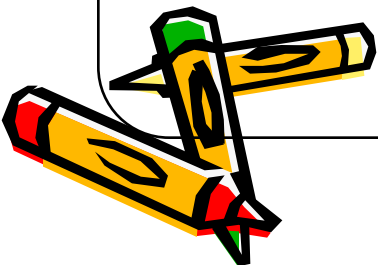
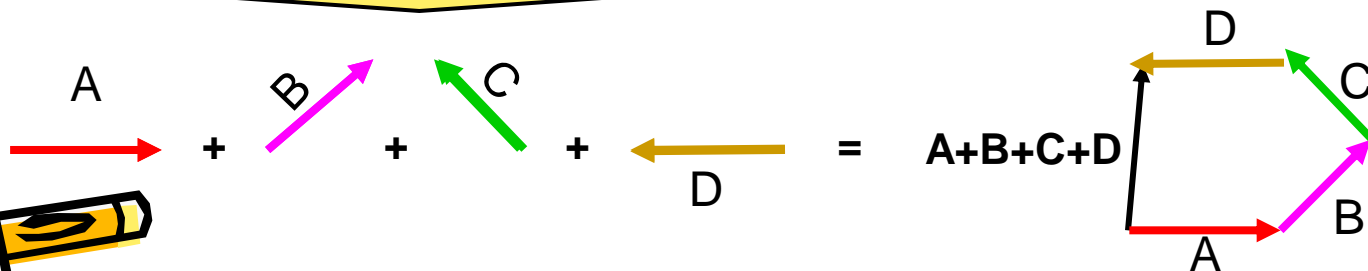
- Jika vektor A dan B searah $\rightarrow \theta = 0^\circ : R = A + B$
 - Jika vektor A dan B berlawanan arah $\rightarrow \theta = 180^\circ : R = A - B$
 - Jika vektor A dan B Saling tegak lurus $\rightarrow \theta = 90^\circ : R = 0$
- Catatan : Untuk Selisih (-) arah Vektor di balik**



2. Segitiga

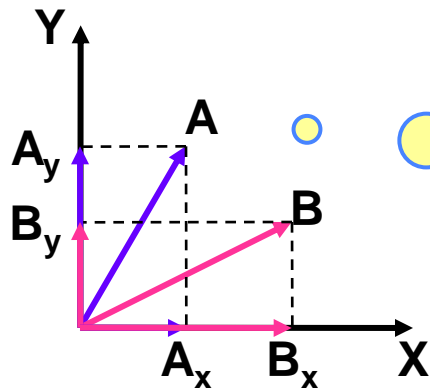


3. Poligon (Segi Banyak)



4. Uraian

Vektor diuraikan atas komponen-komponennya (sumbu x dan sumbu y)



$$\mathbf{A} = A_x \cdot \mathbf{i} + A_y \cdot \mathbf{j}; \quad \mathbf{B} = B_x \cdot \mathbf{i} + B_y \cdot \mathbf{j}$$

$$A_x = \mathbf{A} \cos \theta; \quad B_x = \mathbf{B} \cos \theta$$

$$A_y = \mathbf{A} \sin \theta; \quad B_y = \mathbf{B} \sin \theta$$

Besar vektor $\mathbf{A} + \mathbf{B} = |\mathbf{A} + \mathbf{B}| = |\mathbf{R}|$

$$R_x = A_x + B_x$$

$$R_y = A_y + B_y$$

$$|\mathbf{R}| = |\mathbf{A} + \mathbf{B}| = \sqrt{R_x^2 + R_y^2}$$

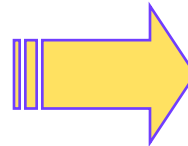
$$\text{Arah Vektor R (terhadap sb.x positif)} = \text{tg } \theta = \frac{R_y}{R_x}$$
$$\theta = \text{arc tg } \frac{R_y}{R_x}$$



1.3.2 PERKALIAN VEKTOR

1. Perkalian Skalar dengan Vektor
2. Perkalian vektor dengan Vektor
 - a. Perkalian Titik (Dot Product)
 - b. Perkalian Silang (Cross Product)

1. Perkalian Skalar dengan Vektor



Hasilnya vektor

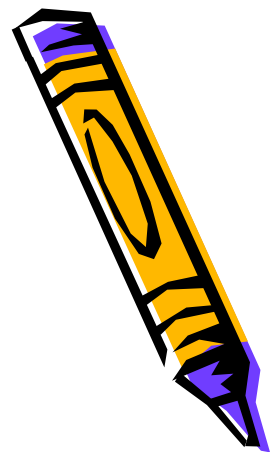
$$\mathbf{C} = k \mathbf{A}$$

k : Skalar

\mathbf{A} : Vektor

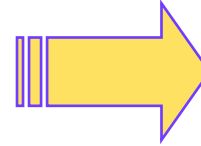
Vektor \mathbf{C} merupakan hasil perkalian antara skalar k dengan vektor \mathbf{A}

- Catatan** :
- Jika k positif arah \mathbf{C} searah dengan \mathbf{A}
 - Jika k negatif arah \mathbf{C} berlawanan dengan \mathbf{A}



2. Perkalian Vektor dengan Vektor

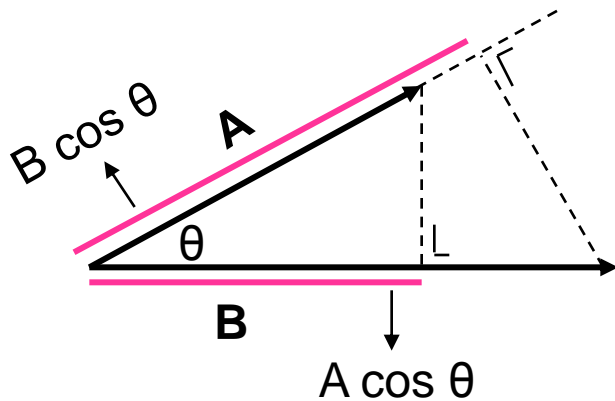
a. Perkalian Titik (Dot Product)



Hasilnya skalar

$$\mathbf{A} \cdot \mathbf{B} = C$$

$C = \text{skalar}$



Besarnya : $C = |\mathbf{A}||\mathbf{B}| \cos \theta$

$A = |\mathbf{A}| = \text{besar vektor A}$

$B = |\mathbf{B}| = \text{besar vektor B}$

$\theta = \text{sudut antara vektor A dan B}$

B



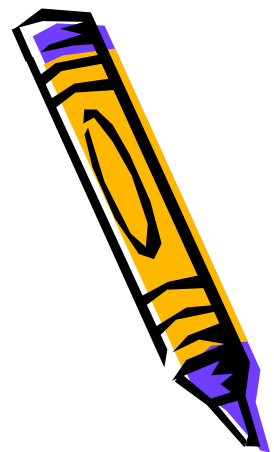
Sifat-sifat Perkalian Titik (Dot Product)

1. Komutatif : $A \bullet B = B \bullet A$

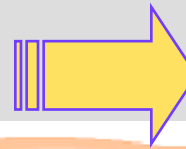
2. Distributif : $A \bullet (B+C) = (A \bullet B) + (A \bullet C)$

Catatan :

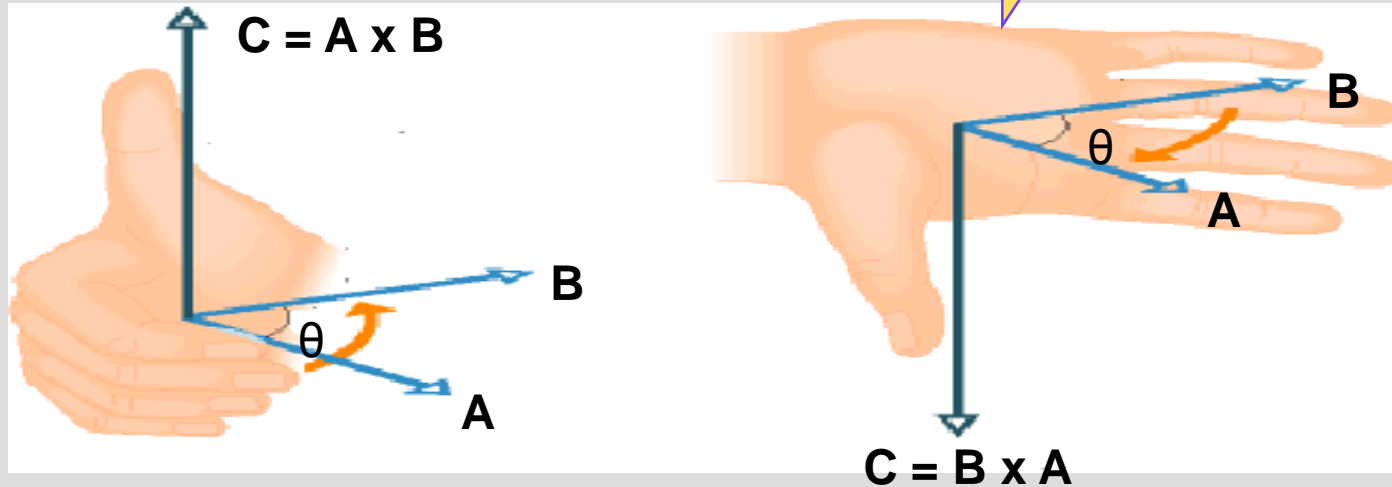
1. Jika A dan B saling tegak lurus $\rightarrow A \bullet B = 0$
2. Jika A dan B searah $\rightarrow A \bullet B = A \bullet B$
3. Jika A dan B berlawanan arah $\rightarrow A \bullet B = - A \bullet B$



b. Perkalian Silang (Cross Product)



Hasilnya vektor



Catatan :

Arah vektor C sesuai aturan tangan kanan

Besarnya vektor $C = A \times B = A B \sin \theta$

Sifat-sifat :

1. Tidak komunkatif $\rightarrow A \times B \neq B \times A$
2. Jika A dan B saling tegak lurus $\rightarrow A \times B = B \times A$
3. Jika A dan B searah atau berlawanan arah $\rightarrow A \times B = 0$



1.4 VEKTOR SATUAN

Vektor yang besarnya satu satuan

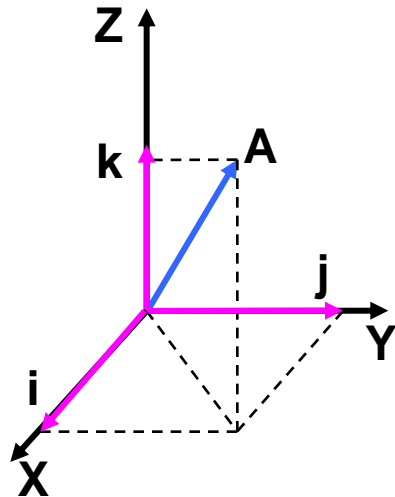
Notasi

$$\hat{A} = \frac{\bar{A}}{|A|}$$

$$\hat{A} = |\hat{A}| = \frac{|\bar{A}|}{|A|} = 1$$

Besar Vektor

Dalam koordinat Cartesian (koordinat tegak)



Arah sumbu x : \hat{i}

Arah sumbu y : \hat{j}

Arah sumbu z : \hat{k}

$$\bar{A} = A_x \hat{i} + A_y \hat{j} + A_z \hat{k}$$

➤ **Sifat-sifat Perkalian Titik (Dot Product) Vektor Satuan**

$$i \cdot i = j \cdot j = k \cdot k = 1$$

$$i \cdot j = j \cdot k = k \cdot i = 0$$

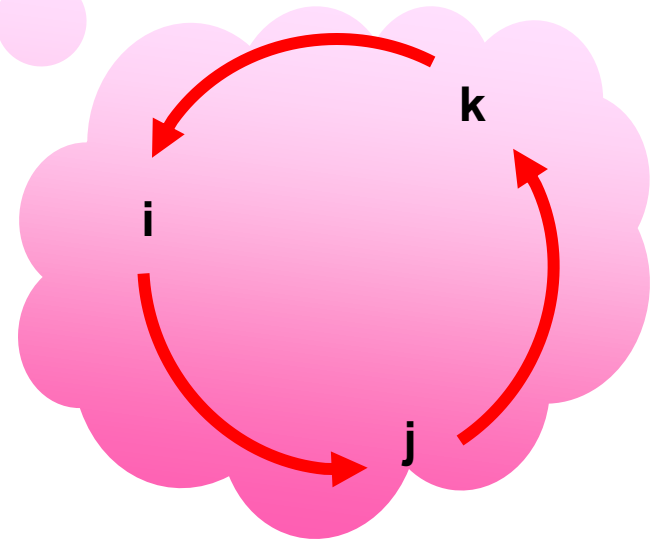
➤ **Sifat-sifat Perkalian silang (Cross Product) Vektor Satuan**

$$i \times i = j \times j = k \times k = 0$$

$$i \times j = k$$

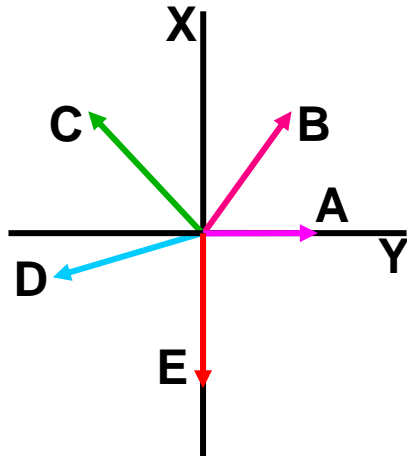
$$j \times k = i$$

$$k \times i = j$$



Contoh Soal

1. Lima buah vektor digambarkan sebagai berikut :



Besar dan arah vektor pada gambar di samping :

Vektor	Besar (m)	Arah (°)
A	19	0
B	15	45
C	16	135
D	11	207
E	22	270

Hitung : Besar dan arah vektor resultan.

Jawab :

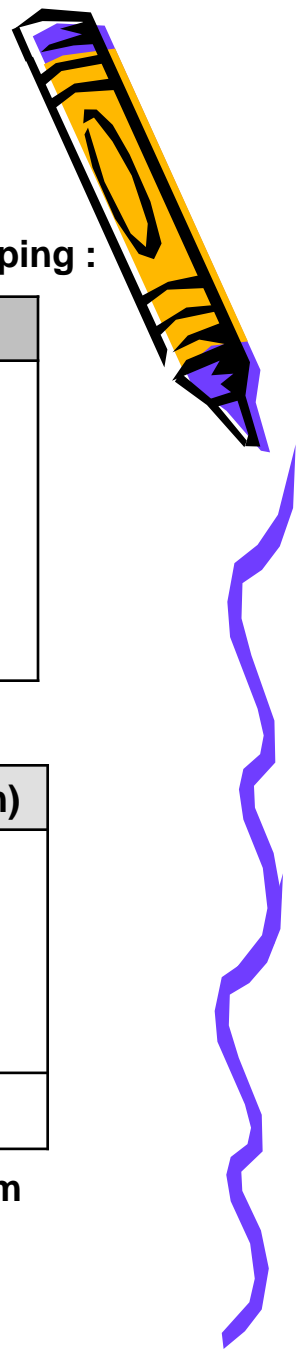
Vektor	Besar (m)	Arah(°)	Komponen X(m)	Komponen Y (m)
A	19	0	19	0
B	15	45	10.6	10.6
C	16	135	-11.3	11.3
D	11	207	-9.8	-5
E	22	270	0	-22
			$R_x = 8.5$	$R_y = -5.1$

$$\text{Besar vektor } R = \sqrt{R_x^2 + R_y^2} = \sqrt{8.5^2 + (-5.1)^2} = \sqrt{94.04} = 9.67 \text{ m}$$

Arah vektor R terhadap sumbu x positif :

$$\text{tg } \theta = \frac{-5.1}{8.5} = -0.6$$

$$\theta = 329.03^\circ \text{ (terhadap x berlawanan arah jarum jam)}$$



2. Diketahui koordinat titik A adalah (2, -3, 4). Tuliskan dalam bentuk vektor dan berapa besar vektornya ?

Jawab :

$$\text{Vektor } A = 2i - 3j + 4k$$

$$|A| = \sqrt{2^2 + (-3)^2 + 4^2} = \sqrt{29} \text{ satuan}$$

3. Tentukanlah hasil perkalian titik dan perkalian silang dari dua buah vektor berikut ini :

$$A = 2i - 2j + 4k$$

$$B = i - 3j + 2k$$

Jawab :

Perkalian titik :

$$\begin{aligned} A \cdot B &= 2 \cdot 1 + (-2)(-3) + 4 \cdot 2 \\ &= 16 \end{aligned}$$

Perkalian silang :

$$A \times B = \begin{vmatrix} i & j & k \\ 2 & -2 & 4 \\ 1 & -3 & 2 \end{vmatrix}$$

$$\begin{aligned} &= \{(-2) \cdot 2 - 4 \cdot (-3)\} i - \{2 \cdot 2 - 4 \cdot 1\} j + \{2 \cdot (-3) - (-2) \cdot 1\} k \\ &= (-4 + 12) i - (4 - 4) j + (-6 + 4) k \\ &= 8i - 0j - 2k \\ &= 8i - 2k \end{aligned}$$

