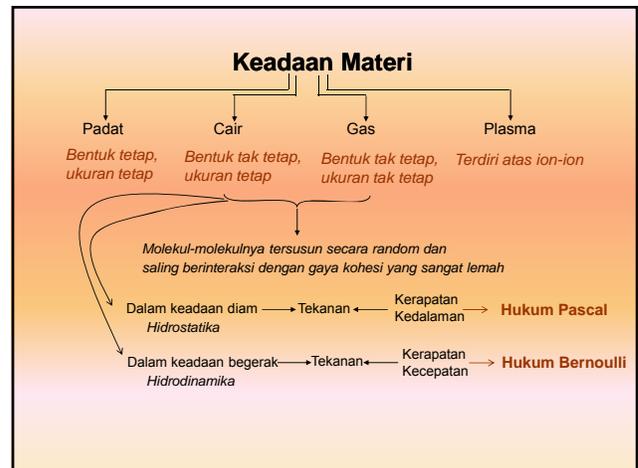


FLUIDA

FLUIDA

Fluida merupakan sesuatu yang dapat mengalir sehingga sering disebut sebagai zat alir. Fasa zat cair dan gas termasuk ke dalam jenis fluida

- ## FENOMENA FLUIDA
- ④ Kenapa kayu-kayu yang besar dan banyak lebih mudah diangkat dalam air ?
 - ④ Mengapa balon gas bisa naik ke atas ?
 - ④ Mengapa telur bisa mengapung dalam air garam sementara dalam air murni tenggelam?
 - ④ Kenapa serangga kecil bisa bergerak diatas air dan tidak tenggelam?
 - ④ Bagaimana pesawat yang massanya besar dapat terbang?



Fluida

- Pokok Bahasan
 - Fluida statik
 - Tekanan
 - Prinsip Pascal
 - Prinsip Archimedes
 - Fluida dinamik
 - Persamaan Bernoulli

• Massa Jenis

Massa jenis (ρ) : massa per satuan volume

$$\rho = \frac{m}{V}$$

ρ : Massa jenis benda
 M : massa benda
 V : Volume benda

Massa jenis merupakan sifat khas dari suatu zat murni.

Massa jenis

- ⊕ Suatu sifat penting dari zat adalah rasio massa terhadap volumenya yang dinamakan massa jenis

$$\rho = \frac{m}{V}$$

- ⊕ Beberapa buah batu bermassa total 3kg kg dimasukkan dalam bejana (luas penampang 0.025 m²) yang berisi air dengan ketinggian permukaan air mula-mula 0,5 m, sehingga tinggi permukaan air meningkat 0.06 m. Berapakah massa jenis batu-batu tersebut?

TEKANAN

- Kenapa ayam sulit berjalan di tanah yang lembek sedangkan itik relatif lebih mudah?
- Kalau tangan kita ditekan oleh ujung pena yang bagian runcingnya terasa lebih sakit daripada oleh ujung yang bagian tumpulnya.

Tekanan didefinisikan sebagai gaya normal persatuan luas permukaan

$$p = \frac{F}{A}$$



TEKANAN UDARA

- ④ Suatu permukaan di udara akan mendapatkan tekanan udara akibat adanya gaya tumbukan molekul-molekul udara pada permukaan tersebut
- ④ Tekanan udara di permukaan laut adalah sekitar 1 atm = 101 kN/m² = 101 kPa
- ④ Contoh:
 - ④ seorang turis sedang berbaring tertelungkup di tepi pantai. Hitunglah gaya yang diberikan molekul-molekul udara pada permukaan punggung turis tersebut dengan menganggap luas permukaan punggung sebesar 0.2 m².
 - ④ Jawab: $F = pA = (101 \text{ kPa})(0.2 \text{ m}^2) = 20.2 \text{ kN}$
 - ④ luar biasa!!! Ini sama dengan membebani punggung orang tersebut dengan beban sebesar kira-kira 2 ton!!) Bagaimana dia dapat menahan beban sebesar itu?

TEKANAN DALAM ZAT CAIR

$$P = P_0 + \rho gh$$



④ Contoh

- ④ Hitunglah tekanan total yang dialami sebuah benda yang tercelup dalam sumur pada kedalaman 10 m dari permukaan air sumur. Jika percepatan gravitasi di daerah itu adalah sebesar 10 m/s²
- ④ Berapa tekanan yang dialami penyelam yang berada pada posisi 100 m di atas dasar laut? (kedalaman laut = 1 km, massa jenis air laut : $1,025 \times 10^3 \text{ kg/m}^3$)?

Tekanan pada Fluida

Tekanan: besarnya gaya normal (tegak lurus) dibagi dengan luas permukaan.

$$P = \frac{F}{A}$$

P : tekanan
F : gaya yang bekerja tegak lurus permukaan
A : luas permukaan

Tekanan hidrostatis: tekanan dalam zat-alir yang diam.

$$P = P_0 + \rho gh$$

P : tekanan total
P₀ : tekanan udara luar
ρ : massa jenis fluida
h : kedalaman fluida

Tekanan Atmosfir dan Terukur

Tekanan atmosfer : tekanan udara luar terhadap permukaan-permukaan benda yang berada dalam lingkup atmosfer (P₀).

$$P_0 = 1,013 \times 10^5 \text{ N/m}^2$$

Tekanan terukur: tekanan yang tercatat pada alat ukur, dimana nilainya tidak mencakup tekanan atmosfer.

Tekanan

- Tekanan adalah ukuran penjalaran gaya oleh fluida, yang didefinisikan sebagai gaya yang bekerja tegak lurus pada suatu permukaan persatuan luas permukaan

$$p = \frac{F}{A}$$

Besaran skalar

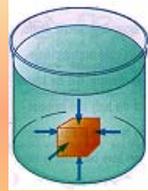
Satuan SI: pascal (Pa) = N/m²

Satuan lain yang sering digunakan

adalah atmosfer (atm)

1 atm = 1.01 × 10⁵ Pa

TEKANAN



$$p = \frac{F}{A}$$

→ Gaya tegak lurus bidang
→ Luas permukaan bidang

Apakah gaya pada seluruh permukaan sama ?

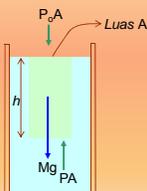
Tekanan pada sebuah titik :

$$P = \lim_{\Delta A \rightarrow 0} \frac{F}{\Delta A} = \frac{dF}{dA}$$

Satuan tekanan (dalam SI) pascal (Pa)

$$1 \text{ Pa} = 1 \text{ N/m}^2$$

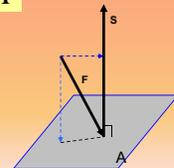
VARIASI TEKINAN TERHADAP KEDALAMAN



Tekanan dan Massa Jenis

Ambillah dua papan kayu yang berbeda luasnya kemudian letakkan keduanya di atas air yang tenang . Jika ditambahkan beban sama beratnya secara terus-menerus, papan kayu manakah yang lebih cepat tenggelam? Ya , tentu saja papan dengan luasan yang lebih kecil . Itulah bukti bahwa reaksi fluida terhadap gaya luar sangat bergantung pada luasan bidang tempat gaya menumpu tegak lurus terhadap fluida. Reaksi fluida tersebut biasa disebut sebagai **tekanan** (*p*), yaitu besarnya gaya yang tegak lurus pada fluida (*F*) dibagi dengan luas bidang tempat gaya tersebut menumpu fluida (*A*).

$$p = \frac{F}{A}$$

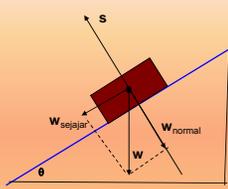


Gaya *F* yang tidak lurus permukaan, perlu dipecah menjadi komponen yang sejajar permukaan dan yang tegak lurus permukaan. Perhitungan tekanan hanya memerlukan bagian gaya *F* yang tegak lurus permukaan .

•Contoh: Sebuah balok kayu dengan berat 80 N berukuran panjang 0,5 m, lebar 8 m dan tinggi 0,2 m diletakkan pada lantai yang mempunyai kemiringan 60°. Berapakah tekanan yang dihasilkan oleh balok kayu tersebut pada lantai jika diletakkan pada sisi lebar-tingginya?

Jawab:

Karena yang diperlukan adalah besarnya gaya yang tegak lurus bidang persentuhan, maka perlu dicari besarnya komponen gaya yang tegak lurus bidang persinggungan yaitu $W_{normal} = W \cos \theta = 80 \cos 60^\circ = 40 \text{ N}$. Karena luas bidang pada sisi lebar tinggi adalah $A = \text{lebar} \times \text{tinggi} = 1,6 \text{ m}^2$ maka tekanannya adalah



$$p = \frac{W_{normal}}{A} = 25 \text{ N} / \text{m}^2 = 25 \text{ Pa}$$

Untuk mengukur berat suatu benda, dapat pula diukur melalui volumenya apabila berat benda persatuan volumenya diketahui. Kuantitas ini akan disebut sebagai **berat jenis benda**.

Dapat pula mengetahui massa benda melalui volumenya apabila massa persatuan volumenya (yang akan disebut sebagai **massa jenis**) diketahui.

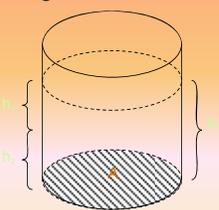
$$\text{Berat jenis } (\beta) = \frac{\text{Berat}}{\text{Volume}}$$

$$\text{Massa jenis } (\rho) = \frac{\text{Massa}}{\text{Volume}}$$

$$\rho = \frac{\beta}{\text{Percepatan Gravitasi}}$$

Variasi Tekanan Dalam Fluida Statis.

- Fluida diam adalah zat alir yang tidak dalam kondisi bergerak



Berapakah tekanan yang dialami oleh dasar tabung akibat berat air di atasnya?

$$p = \rho g h = p_1 + p_2$$

Dengan

$$p_1 = \rho g h_1 ; p_2 = \rho g h_2$$

Fluida statik

- Misalkan tekanan yang dialami bagian atas elemen adalah P sedangkan pada bagian bawahnya Adalah p+ dp. Jika luas permukaan atas dan bawah adalah A, maka

$$F_{\text{ke atas}} = p_{\text{bawah}} A = (p + dp) A$$

$$F_{\text{ke bawah}} = p_{\text{atas}} A + (dm)g = pA + \rho g A dy$$

FLUIDA STATIK

fluida selalu mempunyai bentuk yang dapat berubah secara kontinu mengikuti bentuk wadahnya karena fluida tidak dapat menahan gaya geser

Tekanan hidrostatik

- Karena fluida dalam keadaan statik, maka

$$\sum F = F_{ke\ atas} - F_{ke\ bawah} = 0$$

$$(p + dp)A = pA + \rho g A dy$$

$$dp = \rho g dy$$

Tekanan mutlak (absolute pressure) \rightarrow Gauge pressure

$$\int_{p(y_0)}^{p(y)} dp = \int_0^y \rho g dy \rightarrow p(y) - p(y_0) = \rho g y$$

$p(y) = p(y_0) + \rho g y$

Menunjukkan bahwa pada kedalaman yang sama tekanannya sama

Alat ukur tekanan fluida

- Barometer raksa

$p_2 - p_1 = \rho g(y_1 - y_2)$

Contoh : Jika massa jenis suatu minyak yang berada pada bagian atas adalah 800 kg/m^3 dan massa jenis air rair adalah 1000 kg/m^3 , tentukan besarnya tekanan yang di alami suatu titik berjarak $y = 0,25$ meter dari dasar. Ambil $h = 1$ meter, $h_1 = h_2 = 0,5$ meter dan $A = \pi / 100 \text{ m}^2$ serta $g = 10 \text{ m/s}^2$.

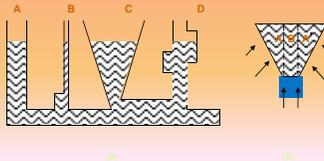
Jawab:

- Telah diketahui bahwa luas penampang tidak menyumbangkan pengaruh apapun dalam menentukan tekanan fluida, yang berpengaruh hanyalah ketinggian fluida di atasnya. Semisal p_y menyatakan tekanan fluida di titik y

$$p_y = \rho_{minyak} h_1 g + \rho_{air} (h_2 - y) g = 6500 \text{ Pa}$$

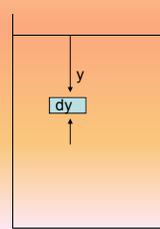
Akibat-akibat Tekanan Pada Fluida Statis.

- **Paradoks hidrostatis:** tekanan fluida bergantung pada ketinggian (h) bukan bentuk tempat tinggalnya .



Gambar (a) Paradoks Hidrostatik, permukaan cairan di semua bejana sama tingginya. (b) Diagram gaya terhadap cairan dalam bejana C.

Fluida statis



Fluida statik

- Misalkan tekanan yang dialami bagian atas elemen adalah P sedangkan pada bagian bawahnya Adalah $p + dp$. Jika luas permukaan atas dan bawah adalah A , maka

$$F_{\text{ke atas}} = p_{\text{bawah}} A = (p + dp)A$$

$$F_{\text{ke bawah}} = p_{\text{atas}} A + (dm)g = pA + \rho g A dy$$

Fluida

- Pada temperatur normal, zat dapat berwujud:
 - Padatan/Solid
 - Cair/Liquid
 - Gas

} Fluida

“Fluida”?

- “Zat yang dapat mengalir dan memiliki bentuk seperti wadah yang menampungnya”
- Atom-atom dan molekul-molekul bebas bergerak

Fluida

Fluida ↔ solid
 Substansi yang dapat mengalir disebut juga sebagai zat alir.
 Beberapa materi nampak seperti padatan walaupun termasuk fluida karena alirannya lambat

Densitas

- Kerapatan (densitas) suatu zat di suatu titik yang massanya Δm dan volume ΔV adalah :

$$\rho = \frac{\Delta m}{\Delta V}$$

- Jika keseluruhan zat mempunyai densitas yang seragam

$$\rho = \frac{m}{V}$$

Fluida

- Besaran penting untuk mendeskripsikan fluida?
 – Rapat massa (densitas)



satuan:
 $\text{kg/m}^3 = 10^{-3} \text{ g/cm}^3$

$$\begin{aligned} \rho(\text{air}) &= 1.000 \times 10^3 \text{ kg/m}^3 = 1.000 \text{ g/cm}^3 \\ \rho(\text{es}) &= 0.917 \times 10^3 \text{ kg/m}^3 = 0.917 \text{ g/cm}^3 \\ \rho(\text{udara}) &= 1.29 \text{ kg/m}^3 = 1.29 \times 10^{-3} \text{ g/cm}^3 \\ \rho(\text{Hg}) &= 13.6 \times 10^3 \text{ kg/m}^3 = 13.6 \text{ g/cm}^3 \end{aligned}$$

Fluida

- Besaran penting untuk mendeskripsikan fluida?
 – Tekanan



satuan :
 $1 \text{ N/m}^2 = 1 \text{ Pa (Pascal)}$
 $1 \text{ bar} = 10^5 \text{ Pa}$
 $1 \text{ mbar} = 10^2 \text{ Pa}$
 $1 \text{ torr} = 133.3 \text{ Pa}$

$$\begin{aligned} 1 \text{ atm} &= 1.013 \times 10^5 \text{ Pa} \\ &= 1013 \text{ mbar} \\ &= 760 \text{ Torr} \\ &= 14.7 \text{ lb/in}^2 (= \text{PSI}) \end{aligned}$$

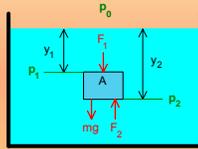
- Tekanan adalah ukuran penjaralan gaya oleh fluida, yang didefinisikan sebagai gaya yang bekerja tegak lurus pada suatu permukaan persatuan luas permukaan

$$F = pA\hat{n}$$



Hubungan tekanan dengan kedalaman fluida

- Anggapan: fluida tak termampatkan (incompressible)
- Rapat massa konstan



- Bayangkan volume fluida khayal (kubus, luas penampang A)
 - Resultan semua gaya pada volume tersebut harus NOL → keadaan setimbang: $F_2 - F_1 - mg = 0$

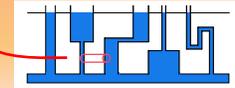
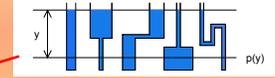


Fluida dalam keadaan diam



setimbang

tak ada perubahan tekanan pada kedalaman yang sama



Prinsip Pascal

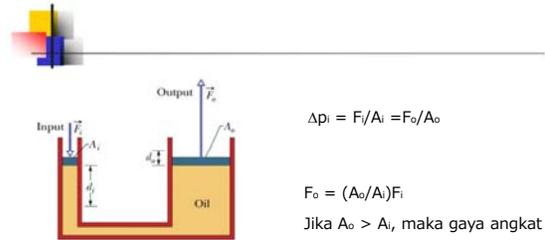
• Tekanan yang diberikan pada suatu cairan yang tertutup akan diteruskan tanpa berkurang ke segala titik dalam fluida dan ke dinding bejana (Blaise Pascal 1623-1662) • Tekanan adalah sama di setiap titik pada kedalaman yang sama



Paradoks hidrostatik



Dongkrak Hidrolik



$$\Delta p_i = F/A_i = F_o/A_o$$

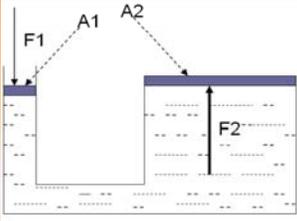
$$F_o = (A_o/A_i)F_i$$

Jika $A_o > A_i$, maka gaya angkat $F_o > F_i$

Prinsip Pascal

Hukum Pascal tentang tekanan hidrostatika:

Bila pada zat-alir diberikan tekanan, maka tekanan tersebut akan diteruskan ke segala arah dengan sama besar".



$$\frac{F_1}{A_1} = \frac{F_2}{A_2}$$

Atau:

$$F_2 = \frac{A_2}{A_1} F_1$$

Banyak alat yang dapat digunakan untuk mengukur tekanan:

- 1 manometer tabung terbuka
- 2 pengukur aneroid

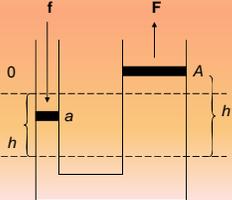
Prinsip Pascal

- Dengan Hk. Newton:
 - Tekanan merupakan fungsi kedalaman: $\Delta p = \rho g \Delta y$
- Prinsip Pascal membahas bagaimana perubahan tekanan diteruskan melalui fluida

Perubahan tekanan fluida pada suatu bejana tertutup akan diteruskan pada setiap bagian fluida dan juga pada dinding bejana tersebut.

- Prinsip Pascal → tuas/pengungkit hidrolik
 - Penerapan gaya yang cukup kecil di tempat tertentu dapat menghasilkan gaya yang sangat besar di tempat yang lain.
 - Bagaimana dengan kekekalan energi?

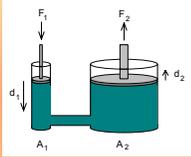
- **Prinsip Pascal:** tekanan yang diterima oleh fluida dalam ruangan tertutup diteruskan ke segala arah sama besarnya.



Akibat dikenakannya gaya f pada penampang a , akan timbul gaya F pada A yang besarnya tergantung pada perbandingan antara kedua luasan.

$$\frac{F}{A} = \frac{f}{a}$$

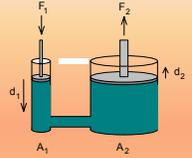
- Perhatikan sistem fluida di samping:
 - Gaya ke bawah F_1 bekerja pada piston dengan luas A_1 .
 - Gaya diteruskan melalui fluida sehingga menghasilkan gaya ke atas F_2 .
 - Prinsip Pascal: perubahan tekanan akibat F_1 yaitu F_1/A_1 diteruskan pada fluida.



$$\rightarrow \frac{F_1}{A_1} = \frac{F_2}{A_2} \rightarrow F_2 = F_1 \frac{A_2}{A_1}$$

- $F_2 > F_1$: pelanggaran hukum kekekalan energi??

- Misalkan F_1 bekerja sepanjang jarak d_1 .
 - Berapa besar volume fluida yang dipindahkan?



$$\Delta V_1 = d_1 A_1$$

volume ini menentukan seberapa jauh piston di sisi yang lain bergerak

$$\Delta V_2 = \Delta V_1 \rightarrow d_2 = d_1 \frac{A_1}{A_2}$$

$$\rightarrow W_2 = F_2 d_2 = F_1 \frac{A_2}{A_1} d_1 \frac{A_1}{A_2} = W_1$$

- Usaha yang dilakukan F_1 sama dengan usaha yang dilakukan $F_2 \rightarrow$ kekekalan energi

Contoh

Sebuah pipa berbentuk U yang memiliki luas penampang kakinya berbeda digunakan untuk mengangkat beban. Berapakah beban maksimum yang dapat diangkat olehnya jika luas penampang yang kecil, $A = 1 \text{ m}^2$, diberikan gaya 10^4 N dengan luas penampang yang besar adalah 5 m^2 ?

PRINSIP ARCHIMEDES

Sebuah benda yang tenggelam seluruhnya atau sebagian dalam suatu fluida akan mendapatkan gaya angkat ke atas yang sama besar dengan berat fluida yang dipindahkan



$$F_a = \rho V g$$

F_a = gaya apung ρ = rapat massa fluida
 V = volume fluida yang dipindahkan, volume bagian benda yang tercelup
 g = percepatan gravitasi

PRINSIP ARCHIMEDES

Tenggelam Terapung Melayang

Apa syarat benda tenggelam, terapung atau melayang dalam fluida?

Fenomena Archimedes

Anak yang terapung dengan bantuan perahu ringan

Anak yang terapung di laut yang kadar garamnya tinggi sekali

Prinsip Archimedes

Hukum Archimedes :

Bila suatu benda, A, yang volumenya V berada dalam zat-cair, maka A akan mengalami gaya apung sebesar berat zat-cair yang dipindahkan oleh A.

Oleh karena volume zat-cair yang dipindahkan oleh A adalah V pula, maka gaya yang dialami oleh A adalah

$$F = m_c g$$

F : gaya apung ke atas

ρ_c : massa jenis fluida

V : Volume fluida yang dipindahkan

$$= \rho_c V g$$

Prinsip Archimedes

Gerak Fluida

Untuk zat-alir yang mengalir dengan aliran yang stasioner, yaitu yang pola alirannya tetap, tidak bergantung pada waktu, berlaku apa yang disebut persamaan kemalaran (**continuity equation**)

$$A_1 v_1 = A_2 v_2$$

A_1 : luas penampang 1

A_2 : luas penampang 2

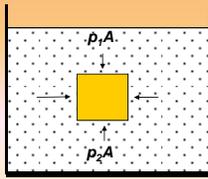
V_1 : kecepatan fluida di daerah 1

V_2 : kecepatan fluida pada daerah 2

- **Prinsip Archimedes:** Pemindahan volume tertentu pada fluida, akan digantikan oleh munculnya gaya ke atas (F_a) yang besarnya sama dengan berat dari volume fluida yang dipindahkan tersebut ($m_f g$).

$$F_a = m_f g$$

$$= \rho_{fluida} V_{benda} g$$



Gambar: Perbedaan gaya tekan pada sisi atas dan bawah benda menimbulkan gaya ke atas yang besarnya sebanding dengan volume benda.

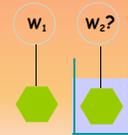
Prinsip Archimedes

- Mengukur berat suatu benda di udara (W_1) ternyata berbeda dengan berat benda tersebut di air (W_2)

$$W_1 > W_2$$

– Mengapa?

- Karena tekanan pada bagian bawah benda lebih besar daripada bagian atasnya, air memberikan gaya resultan ke atas, gaya apung, pada benda.



- Gaya apung sama dengan selisih tekanan dikalikan luas.

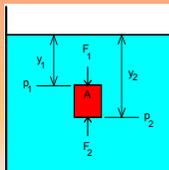
$$F_B = (p_2 - p_1) \cdot A = \rho g (y_2 - y_1) A$$

$$F_B = \rho_{fluida} \cdot g \cdot V_{benda_dlm_fluida} = m_{fluida_pindah} \cdot g = W_{fluida}$$

Archimedes:

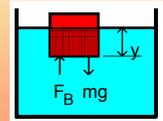
Gaya apung sama dengan berat volume fluida yang dipindahkan oleh benda.

- Besar gaya apung menentukan apakah benda akan terapung atau tenggelam dalam fluida



Terapung atau tenggelam?

- Kita dapat menghitung bagian benda terapung yang berada di bawah permukaan fluida:



– Benda dalam keadaan setimbang

$$\rightarrow F_B = mg$$

$$\rightarrow \rho_{fluida} \cdot g \cdot V_{bf} = \rho_{benda} \cdot g \cdot V_{benda}$$

$$\rightarrow \frac{V_{bf}}{V_{benda}} = \frac{\rho_{benda}}{\rho_{fluida}}$$

Contoh

Sebuah kayu papan kayu (dengan luas penampang 40 cm^2 dan panjang $2,5 \text{ m}$) tercelup $\frac{3}{4}$ bagiannya dalam air. Hitung gaya apung yang dialami oleh kayu tersebut?

Sekarang buah mangga bermassa 15 kg , bila ditimbang dalam air angka yang terbaca pada timbangan adalah 5 kg . Berapakah massa jenis mangga tersebut (abaikan massa wadahnya) ?

Fluida Dinamik

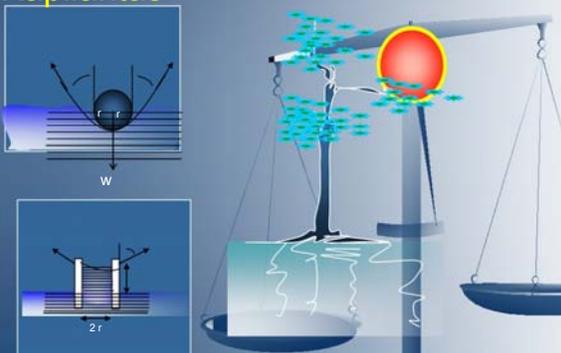
Statik: rapat massa & tekanan } Fluida dinamik/ bergerak
kecepatan alir



Beberapa anggapan (model) yang digunakan:

- Tak kompresibel (*incompressible*)
- Temperaturnya tidak bervariasi
- Alirannya tunak, sehingga kecepatan dan tekanan fluida tidak bergantung terhadap waktu
- Alirannya laminar
- Alirannya tidak berrotasi (*irrotational*)
- Tidak kental

Fenomena Fluida Diam Lainnya: Tegangan Permukaan dan Kapilaritas



FLUIDA BERGERAK



Karakteristik Aliran

- ⊕ Laminer ~ kecepatan aliran rendah
- ⊕ Turbulen ~ kecepatan aliran tinggi

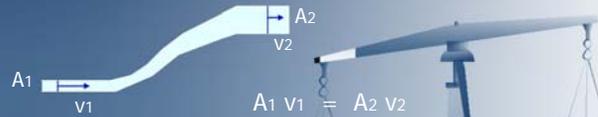


Permukaan laut



Pada kedalaman tertentu

Kontinuitas

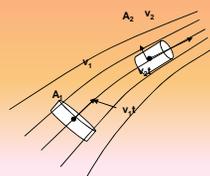


Kecepatan darah melalui pembuluh aorta berjari-jari 1 cm adalah 30 cm/s. Hitunglah kecepatan rata-rata darah tersebut ketika melalui pembuluh kapiler yang masing-masing berjari-jari 4×10^{-4} cm dan luas permukaan total 2000 cm².

Persamaan Kontinuitas Fluida Dinamis

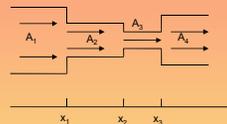
- Persamaan kontinuitas atau kekekalan massa: hasil kali penampang (A) dan kecepatan fluida (v) sepanjang pembuluh garis arus selalu bersifat konstan

$$A_1 v_1 = A_2 v_2$$

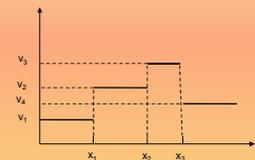


Gambar: Unsur fluida mengalami kelestarian massa.

Ini berarti, ketika fluida melewati daerah yang lebar, kecepatannya akan berkurang dan sebaliknya jika melewati daerah yang sempit, kecepatannya bertambah.



Gambar: Fluida yang melewati saluran dengan luas penampang yang berbeda-beda. Misalkan $A_1 > A_2 > A_3$ akan menyebabkan kecepatannya dapat dilihat pada gambar 7.



Gambar: Berdasarkan persamaan kontinuitas, perbandingan penampang $A_1 > A_2 > A_3$ akan menyebabkan hubungan kecepatan aliran $v_1 < v_2 < v_3$.

Persamaan Kontinuitas

Kekalan massa pada aliran fluida ideal

Volume fluida yang melewati permukaan A_1 dalam waktu t sama dengan volume melewati permukaan A_2 :

$$A_1 l_1 = A_2 l_2$$

$$A_1 (v_1 t) = A_2 (v_2 t) \quad \text{Dalam besaran debit } Q = Av = \text{konstan}$$

$$A_1 v_1 = A_2 v_2$$

Persamaan Bernoulli

Kecepatan rendah \rightarrow tekanan tinggi
Kecepatan tinggi \rightarrow tekanan rendah

kenapa Selembar kain tipis ditiup dari bagian atasnya, ternyata kain tersebut naik ke atas?

Persamaan Bernoulli (lanjutan)

Berdasar konsep kerja - energi

$$P + \frac{1}{2}\rho v^2 + \rho gh = \text{konstan}$$

$$P_1 + \frac{1}{2}\rho v_1^2 + \rho gh_1 = P_2 + \frac{1}{2}\rho v_2^2 + \rho gh_2$$

Air dipompa dengan kecepatan 0,5 m/s melalui pipa dengan luas penampang 4 cm di lantai dasar dengan tekanan 3 atm. Berapakah kecepatan dan tekanan air di dalam pipa berdiameter 2 cm di lantai atas yang tingginya 5 m ?

Aliran Viskos

- ⊕ Kenapa aliran sungai terdapat perbedaan kecepatan aliran pada titik tengah dengan pinggir sungai ?
- ⊕ Adanya gaya gesek antara fluida dan dinding
- ⊕ Dengan adanya gaya gesekan ini maka persamaan Bernoulli perlu direvisi (tidak dibahas di sini)

Persamaan Bernoulli

P_1 : tekanan penampang 1
 P_2 :tekanan penampang 2
 v_1 : kecepatan fluida di daerah 1
 v_2 : kecepatan fluida pada daerah 2
 h_1 : ketinggian titik 1
 h_2 : ketinggian titik 2
 ρ : massa jenis fluida

$$P_1 + \rho gh_1 + \frac{1}{2} \rho v_1^2 = P_2 + \rho gh_2 + \frac{1}{2} \rho v_2^2$$

Viskositas Fluida

Viskositas atau kekentalan :

gesekan antara bagian yang satu dengan yang lain di dalam fluida.

$$f = -C \eta v$$

f : gaya gesek fluida
 C : konstanta geometrik benda
 η : viskositas fluida
 v : laju benda dalam fluida

Viskositas Praktikum Viskositas

Tegangan Permukaan

Akibat interaksi antar partikel zat-cair, maka permukaan zat-cair memiliki kekuatan untuk menahan sesuatu yang ada di atasnya disebut **tegangan permukaan (surface tension)**.

$$\gamma = \frac{F}{2L} = \frac{F S}{2L S} = \frac{W}{2A}$$

γ : tegangan permukaan
 F : gaya yang bekerja sepanjang kawat L dan dasar kawat U
 S : ketebalan lapisan fluida
 L : kawat yang bebas bergerak
 A : luas penampang
 W : usaha

Kapilaritas : peristiwa naiknya permukaan zat-cair dalam pipa kapiler (pipa yang berpenampang kecil berupa lingkaran)

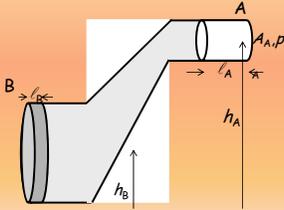
Kenaikan atau penurunan permukaan zat-cair dalam pipa kapiler

$$Y = \frac{2\gamma \cos \theta}{\rho gr}$$

γ : tegangan permukaan
 Y : kenaikan / penurunan dalam pipa kapiler
 θ : sudut kontak antara fluida dan pipa
 ρ : massa jenis fluida
 r : jari-jari pipa kapiler

Persamaan Bernoulli

- Menyatakan kekekalan energi pada aliran fluida



• Fluida pada titik B mengalir sejauh l_B dan mengakibatkan fluida di A mengalir sejauh l_A .

• Usaha yang dilakukan pada fluida di B:

$$W_B = F_B l_B = p_B A_B l_B$$

• Usaha yang dilakukan pada fluida di A:

$$W_A = -F_A l_A = -p_A A_A l_A$$

• Usaha oleh gaya gravitasi adalah $W_{grav} = -mg(h_A - h_B)$

Usaha total:

$$W_{total} = W_B + W_A + W_{grav} = p_B A_B l_B - p_A A_A l_A - mgh_A + mgh_B$$

$$\Delta K = \frac{1}{2} m v_A^2 - \frac{1}{2} m v_B^2 = p_B A_B l_B - p_A A_A l_A - mgh_A + mgh_B$$

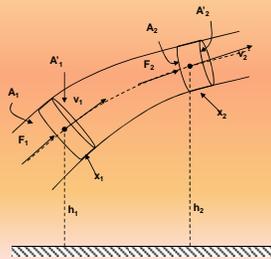


$$p_A + \frac{1}{2} \rho v_A^2 + \rho g h_A = p_B + \frac{1}{2} \rho v_B^2 + \rho g h_B$$

(Persamaan Bernoulli)

Asas Bernoulli dan Akibat-akibatnya.

- **Asas Bernoulli:** Perubahan tekanan dalam fluida mengalir dipengaruhi oleh perubahan kecepatan alirannya dan ketinggian tempat melalui persamaan



$$p + \frac{1}{2} \rho v^2 + \rho g h = \text{konstan}$$

- **Asas Barnualli** dapat ditafsirkan sebagai **asas kelestarian energi** dalam fluida. Kenapa dikatakan demikian ? Tentu saja karena suku $\frac{1}{2} \rho v^2$ menyatakan energi kinetik fluida persatuan volume dan suku $\rho g h$ menyatakan energi potensial fluida persatuan volume. Dengan memakai sudut pandang ini, tekanan p dapat pula dipandang sebagai energi persatuan volume.

- **Akibat Asas Barnualli:**

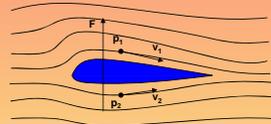
1. **Fluida Statis:** Saat $v = 0$, persamaan Bernoulli kembali pada persamaan fluida statis

2. Daya angkat pesawat:

Jika $h_1 = h_2$ (ketinggian fluida tetap), maka

$$p + \frac{1}{2} \rho v^2 = \text{konstan}$$

kecepatan fluida yang makin besar akan diimbangi dengan turunnya tekanan fluida, dan sebaliknya. Prinsip inilah yang digunakan untuk menghasilkan daya angkat pesawat : " Perbedaan kecepatan aliran udara pada sisi atas dan sisi bawah sayap pesawat, akan menghasilkan gaya angkat pesawat "



Gambar: Dengan mengatur kecepatan udara pada sisi bawah sayap (v_2) lebih lambat dari kecepatan udara sisi atasnya (v_1), akan timbul resultan gaya F yang timbul akibat perbedaan tekanan udara pada kedua sisi tersebut

Sebuah mahkota terbuat dari emas. Apabila dicelupkan ke dalam air mahkota itu memindahkan air sebanyak 98 cm³. Ditimbang diudara massanya 1470 gr. Kerapatan emas 19,3 gr/cm³.

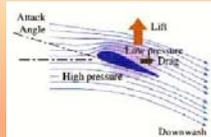
a. Apakah mahkota tersebut terbuat dari emes.
b. Berapa berat emes jika ditimbang dalam air.

Contoh aplikasi

- Gaya angkat sayap pesawat terbang
- Optimalisasi kinerja olahraga



- Fenomena lebih kompleks: turbulens

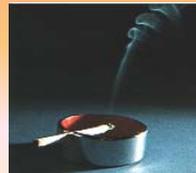


SIFAT-SIFAT ALIRAN FLUIDA



→ garis alir
Gerak partikel mengikuti lintasan yang teratur (Satu sama lain tak pernah saling berpotongan)

Laminer (Stabil)



Gerak partikel mengikuti lintasan yang tak teratur (Ada bagian yang berpusar)

Turbulen (Tak Stabil)

FLUIDA IDEAL

- ☞ Encer (Nonviscous) → *Viskositas mendekati nol*
- ☞ Aliran Stabil (Tidak turbulen) → *Kecepatan partikel pada suatu titik konstan*
- ☞ Tak termampatkan (Incompressible) → *Selama mengalir kerapatannya konstan*

Derajat gesekan internal fluida

Muatan kekal :
 $\Delta m_1 = \Delta m_2$
 $\rho_1 A_1 v_1 = \rho_2 A_2 v_2$ **Persamaan kontinuitas**
 Apabila fluida tak termampatkan, $\rho_1 = \rho_2 = \rho$
 $A_1 v_1 = A_2 v_2$
 $\Delta m_1 = \rho_1 A_1 \Delta x_1 = \rho_1 A_1 v_1 \Delta t$
 $\Delta m_2 = \rho_2 A_2 v_2 \Delta t$
 $A_1 v_1 = A_2 v_2$
 $\overline{Av} = \text{konstan}$
 Debit (Fluks)

PERSAMAAN BERNOULLI

Teorema Usaha - Energi :
 $W = K + U$
 $\rho = \frac{\Delta m}{\Delta V}$
 $(P_1 - P_2) \Delta V = \frac{1}{2} (\Delta m) v_2^2 - \frac{1}{2} (\Delta m) v_1^2 + \Delta m g y_2 - \Delta m g y_1$
 $P_1 - P_2 = \frac{1}{2} \rho v_2^2 - \frac{1}{2} \rho v_1^2 + \rho g y_2 - \rho g y_1$
Persamaan Bernoulli
 $P_1 + \frac{1}{2} \rho v_1^2 + \rho g y_1 = P_2 + \frac{1}{2} \rho v_2^2 + \rho g y_2$
 $P + \frac{1}{2} \rho v^2 + \rho g y = \text{konstan}$

Usaha total :
 $W = (P_1 - P_2) \Delta V$
 Perubahan energi kinetik :
 $\Delta K = \frac{1}{2} (\Delta m) v_2^2 - \frac{1}{2} (\Delta m) v_1^2$
 Perubahan energi potensial :
 $\Delta U = \Delta m g y_2 - \Delta m g y_1$

PENERAPAN HUKUM BERNOULLI

$P_1 + \frac{1}{2} \rho v_1^2 + \rho g y_1 = P_2 + \frac{1}{2} \rho v_2^2 + \rho g y_2$
 $P_2 - P_1 = \frac{1}{2} \rho (v_1^2 - v_2^2) + \rho g (y_2 - y_1)$

Konsep Aliran Fluida

- Masalah aliran fluida dalam PIPA :
 - ✓ Sistem Terbuka (Open channel)
 - ✓ Sistem Tertutup
 - ✓ Sistem Seri
 - ✓ Sistem Paralel
- Hal-hal yang diperhatikan :
 - ✓ Sifat Fisis Fluida : Tekanan, Temperatur, Masa Jenis dan Viskositas.

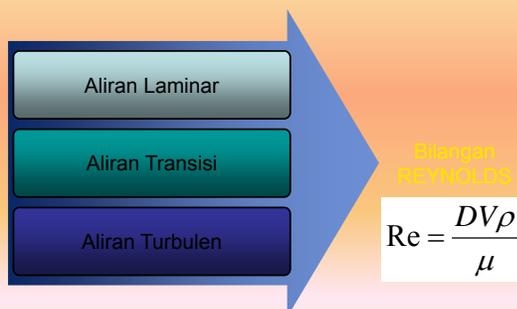
Konsep Aliran Fluida

- Viskositas suatu fluida bergantung pada harga **TEKANAN** dan **TEMPERATUR**.
- ✓ Untuk fluida cair, tekanan dapat diabaikan.
- ✓ Viskositas cairan akan turun dengan cepat bila temperaturnya dinaikkan.

Konsep Aliran Fluida

- Hal-hal yang diperhatikan :
 - ✓ Faktor Geometrik : Diameter Pipa dan Kekasaran Permukaan Pipa.
 - ✓ Sifat Mekanis : Aliran Laminar, Aliran Transisi, dan Aliran Turbulen.

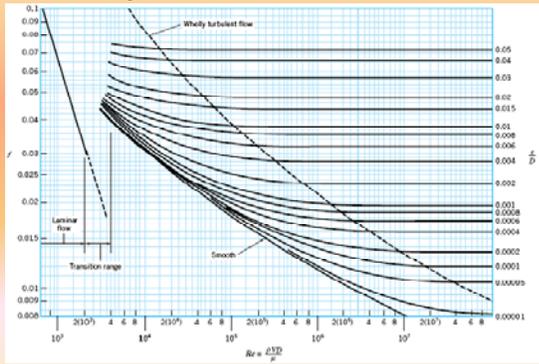
Konsep Aliran Fluida



Konsep Aliran Fluida

- Arti fisis Bilangan **REYNOLDS** :
 - ✓ Menunjukkan kepentingan Relatif antara **EFEK INERSIA** dan **EFEK VISKOS** dalam **GERAKAN FLUIDA**.

Konsep Aliran Fluida



Konsep Aliran Fluida

Parameter yang berpengaruh dalam aliran :

- ✓ Diameter Pipa (D)
- ✓ Kecepatan (V)
- ✓ Viskositas Fluida (μ)
- ✓ Masa Jenis Fluida (ρ)
- ✓ Laju Aliran Massa (\dot{m})

Persamaan Dalam Aliran Fluida

Prinsip Kekekalan Massa

Persamaan KONTINUITAS

$$Q = AV$$

Persamaan Dalam Aliran Fluida

Prinsip Energi Kinetik

Suatu dasar untuk penurunan persamaan

Seperti :

1. Persamaan Energi → Persamaan BERNAULI
2. Persamaan Energi Kinetik → HEAD KECEPATAN

Persamaan Dalam Aliran Fluida

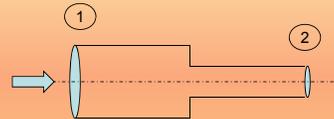
Prinsip Momentum

Menentukan gaya-gaya Dinamik Fluida

Banyak dipergunakan pada perencanaan : POMPA, TURBIN, PESAWAT TERBANG, ROKET, BALING-BALING, KAPAL, BANGUNAN, dll

Persamaan Dalam Aliran Fluida

Contoh :



Jika pada kondisi 1 Re sebesar 1200, fluida yang mengalir adalah MINYAK. Tentukan Re pada kondisi 2, bila diketahui $D_1 = 25 \text{ mm}$ dan $D_2 = 15 \text{ mm}$.

Persamaan Dalam Aliran Fluida

Solusi :

$$Re_1 = \frac{V_1 D_1}{\nu_1} \Rightarrow V_1 = \frac{Re_1 \nu_1}{D_1}$$

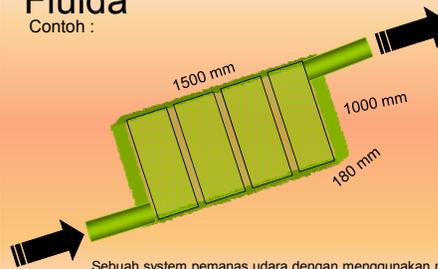
$$Q_1 = Q_2$$

$$V_1 A_1 = V_2 A_2 \Rightarrow V_2 = \frac{V_1 A_1}{A_2}$$

$$Re_2 = \frac{V_2 D_2}{\nu_2}$$

Persamaan Dalam Aliran Fluida

Contoh :



Sebuah system pemanas udara dengan menggunakan matahari, udara dingin masuk kedalam pemanas melalui saluran rectangular dengan ukuran $300 \text{ mm} \times 150 \text{ mm}$, kemudian pada sisi keluarnya dengan menggunakan pipa berdiameter 250 mm . Rapat massa udara pada sisi masuk 1.17 kg/m^3 dan pada sisi keluarnya 1.2 kg/m^3 . Jika kecepatan aliran udara pada sisi masuk pemanas sebesar 0.1 m/s , Hitung: Laju aliran massa udara dan kecepatan udara pada sisi keluar.

Persamaan Dalam Aliran Fluida

Solusi :

Diketahui :

Fluida = Udara

$$A_1 = 0.3 \times 0.15 = 0.045 \text{ m}^2 \quad (\text{sisi masuk})$$

$$A_2 = \pi/4 \times (0.25 \text{ m})^2 = 0.0491 \text{ m}^2 \quad (\text{sisi keluar})$$

$$\rho_1 = 1.17 \text{ kg/m}^3$$

$$\rho_2 = 1.2 \text{ kg/m}^3$$

$$V_1 = 0.1 \text{ m/s}$$

$$\dot{m}_1 = \rho_1 \times A_1 \times V_1$$

$$= 1.17 \text{ kg/m}^3 \times 0.045 \text{ m}^2 \times 0.1 \text{ m/s}$$

$$= 5.27 \times 10^{-3} \text{ kg/s}$$

Persamaan Dalam Aliran Fluida

Solusi :

Dengan persamaan KONTINUITAS :

$$\rho_1 \times A_1 \times V_1 = \rho_2 \times A_2 \times V_2$$

$$5.27 \times 10^{-3} \text{ kg/s} = 1.2 \text{ kg/m}^3 \times 0.0491 \text{ m}^2 \times V_2$$

$$V_2 = 0.09 \text{ m/s}$$

Sehingga :

$$\dot{m}_2 = 1.2 \text{ kg/m}^3 \times 0.0491 \text{ m}^2 \times 0.09 \text{ m/s}$$

$$= 5.30 \times 10^{-3} \text{ kg/s}$$

Persamaan Dalam Aliran Fluida

▪ Persamaan-Persamaan Dasar :

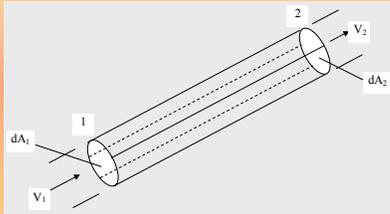
- ✓ Persamaan Kontinuitas (Hk. Kekekalan Massa)
- ✓ Persamaan Gerak/Momentum (Hk. Newton II)
- ✓ Persamaan Energi (Hk. Termodinamika)
- ✓ Persamaan Bernoulli

Persamaan Dalam Aliran Fluida

▪ Hukum Kekekalan Massa :

Laju aliran massa neto didalam elemen adalah sama dengan laju perubahan massa tiap satuan waktu.

Persamaan Dalam Aliran Fluida



Massa yang masuk melalui titik 1 = $V_1 \cdot \rho_1 \cdot dA_1$

Massa yang masuk melalui titik 2 = $V_2 \cdot \rho_2 \cdot dA_2$

Persamaan Dalam Aliran Fluida

Oleh karena tidak ada massa yang hilang :

$$V_1 \cdot \rho_1 \cdot dA_1 = V_2 \cdot \rho_2 \cdot dA_2$$

Pengintegralan persamaan tersebut meliputi seluruh luas permukaan saluran akan menghasilkan massa yang melalui medan aliran :

$$V_1 \cdot \rho_1 \cdot A_1 = V_2 \cdot \rho_2 \cdot A_2$$

$$\rho_1 = \rho_2 \rightarrow \text{Fluida Incompressible.}$$

$$\text{Atau : } V_1 \cdot A_1 = V_2 \cdot A_2$$

$$Q = A \cdot V = \text{Konstan}$$

Persamaan Dalam Aliran Fluida

Persamaan kontinuitas berlaku untuk :

1. Untuk semua fluida (gas atau cairan).
2. Untuk semua jenis aliran (laminar atau turbulen).
3. Untuk semua keadaan (steady dan unsteady)
4. Dengan atau tanpa adanya reaksi kimia di dalam aliran tersebut.

Persamaan Dalam Aliran Fluida

- Persamaan Momentum :

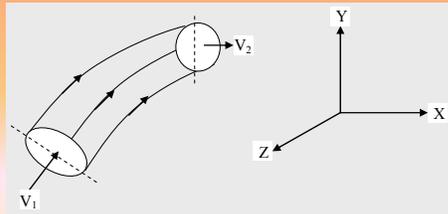
Momentum suatu partikel atau benda : perkalian massa (m) dengan kecepatan (v).

Partikel-partikel aliran fluida mempunyai momentum. Oleh karena kecepatan aliran berubah baik dalam besarnya maupun arahnya, maka momentum partikel-partikel fluida juga akan berubah.

Menurut hukum Newton II, diperlukan gaya untuk menghasilkan perubahan tersebut yang sebanding dengan besarnya kecepatan perubahan momentum.

Persamaan Dalam Aliran Fluida

Untuk menentukan besarnya kecepatan perubahan momentum di dalam aliran fluida, dipandang tabung aliran dengan luas permukaan dA seperti pada gambar berikut :



Persamaan Dalam Aliran Fluida

Dalam hal ini dianggap bahwa aliran melalui tabung arus adalah permanen. Momentum melalui tabung aliran dalam waktu dt adalah :

$$dm \cdot v = \rho \cdot v \cdot dt \cdot v \cdot dA$$

$$\text{Momentum} = \rho \cdot V^2 \cdot dA = \rho \cdot A \cdot V^2 = \rho \cdot Q \cdot V$$

Berdasarkan hukum Newton II :

$$F = m \cdot a$$

$$F = \rho \cdot Q (V_2 - V_1)$$

Persamaan Dalam Aliran Fluida

Untuk masing-masing komponen (x, y, z) :

$$F_x = P \cdot Q (V_{x2} - V_{x1})$$

$$F_y = P \cdot Q (V_{y2} - V_{y1})$$

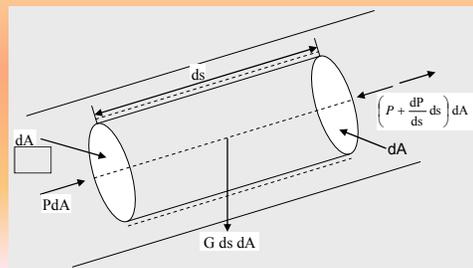
$$F_z = P \cdot Q (V_{z2} - V_{z1})$$

Resultan komponen gaya yang bekerja pada fluida :

$$F = \sqrt{(F_x^2 + F_y^2 + F_z^2)}$$

Persamaan Dalam Aliran Fluida

▪ Persamaan Energi (EULER) :



Unsur fluida yang bergerak sepanjang garis aliran

Persamaan Dalam Aliran Fluida

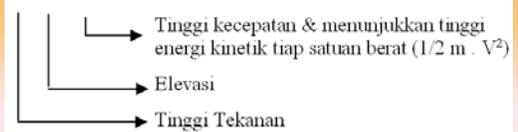
Asumsi :

1. Fluida ideal
2. Fluida homogen dan incompressible
3. Pengaliran bersifat kontiniu dan sepanjang garis arus
4. Kecepatan aliran bersifat merata dalam suatu penampang
5. Gaya yang bersifat hanya gaya berat dan tekanan.

Persamaan Dalam Aliran Fluida

$$\frac{dP}{\rho} + g \cdot dz + V \cdot dV = 0$$

$$\frac{P}{\gamma} + a + \frac{V^2}{2g} = 0$$



Persamaan Dalam Aliran Fluida

$$\frac{P_1}{\gamma} + \frac{V_1^2}{2g} + z_1 = \frac{P_2}{\gamma} + \frac{V_2^2}{2g} + z_2 - hf$$

Persamaan Dalam Aliran Fluida

Contoh :

Tentukan Laju aliran massa air jika diketahui : volume tanki = 10 galon dan waktu yang diperlukan untuk memenuhi tanki = 50 s.

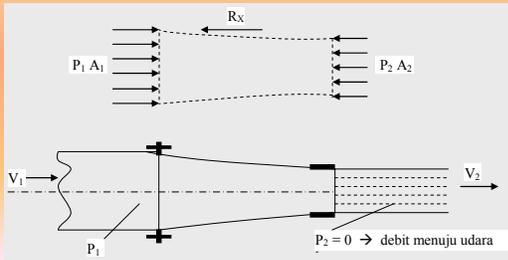
Solusi:

$$Q = \frac{v}{t} = \frac{10 \text{ gal}}{50 \text{ s}} \left(\frac{3.7854 \text{ L}}{1 \text{ gal}} \right) = 0.757 \text{ L/s}$$

$$\Rightarrow \rho = 1000 \text{ kg/m}^3 = 1 \text{ kg/L}$$

$$\overset{o}{m} = \rho Q = (1 \text{ kg/L})(0.757 \text{ L/s}) = 0.757 \text{ kg/L}$$

Persamaan Dalam Aliran Fluida Aliran pada Nozel :



Persamaan Dalam Aliran Fluida

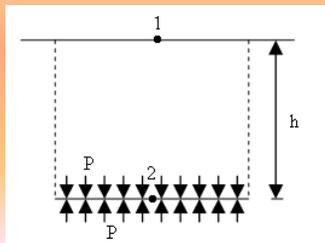
Gaya-gaya yang bekerja :

- Gaya hidrostatis : $P_1 \cdot A_1$ dan $P_2 \cdot A_2$
- Gaya F_x , yang dihasilkan nozel pada zat cair
- Perubahan momentum : $\rho \cdot Q \cdot (V_2 - V_1)$, menjadi :
 $P_1 A_1 - P_2 A_2 = \rho \cdot Q (V_2 - V_1)$

Karena kapasitas aliran menuju udara luar, maka $P_2 = 0$, sehingga gaya F_x :

$$F_x = P_1 A_1 - Q (V_2 - V_1)$$

Persamaan Dalam Aliran Fluida Tekanan Hidrostatis :



Persamaan Dalam Aliran Fluida

$V_1 = V_2 = 0 \rightarrow$ Persamaan Bernauli menjadi :

$$\frac{P_1}{\gamma} + z_1 = \frac{P_2}{\gamma} + z_2$$

$$\frac{P_2}{\gamma} = \frac{P_1}{\gamma} + (z_1 - z_2)$$

$$\frac{P_2}{\gamma} = \frac{P_1}{\gamma} + (z_1 - z_2) \times \gamma$$

$$P_2 = P_1 + h \gamma \rightarrow P_1 = P_{atm}$$

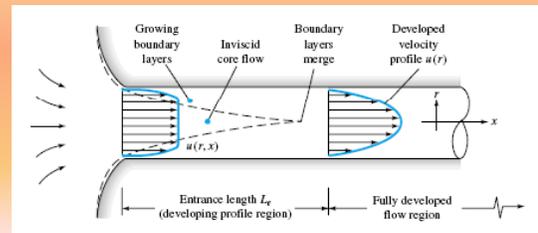
$$P_2 = h \gamma + P_{atm}$$

Aliran Dalam Pipa

PEMBENTUKAN ALIRAN

- Fluida, setelah mengalir masuk ke dalam pipa akan membentuk LAPIS BATAS dan tebalnya akan bertambah besar sepanjang pipa. Pada suatu titik sepanjang garis tengah pipa, lapisan akan bertemu dan membentuk daerah yang terbentuk penuh di mana kecepatannya tidak berubah setelah melintasi titik tersebut. Jarak dari ujung masuk pipa ke titik pertemuan lapis batas tsb dinamakan PANJANG KEMASUKAN.

Aliran Dalam Pipa



Aliran Dalam Pipa

PERSAMAAN UMUM

$$L_{\text{laminar}} = 0.05 \text{ Re } D \quad (1)$$

(Dengan kondisi batas $\text{Re} = 2300$), sehingga Pers.1 menjadi :

$$L_{\text{laminar}} = 115D$$

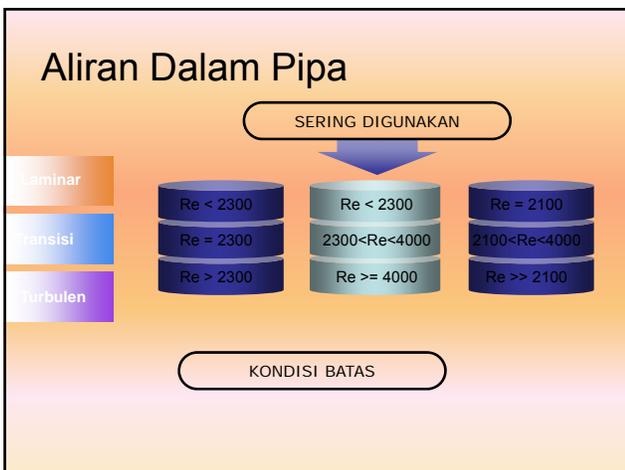
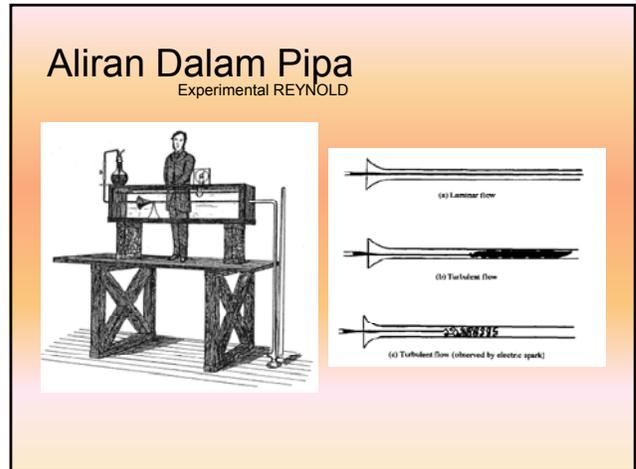
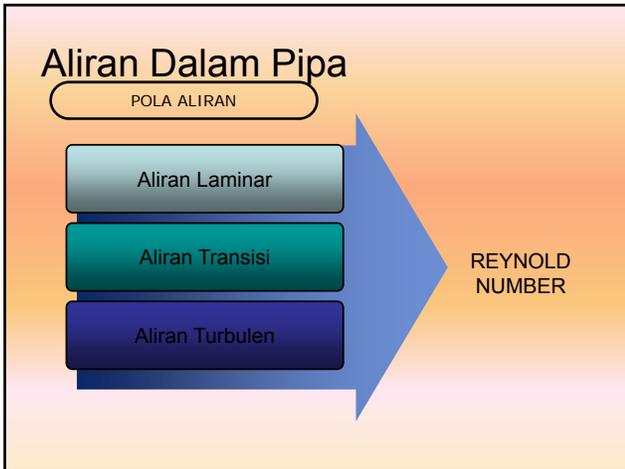
Aliran Dalam Pipa

PERSAMAAN UMUM

$$L_{\text{turbulen}} = 1.395 D \text{ Re}^{1/4}$$

atau

$$L_{\text{turbulen}} = 10D$$



Aliran Dalam Pipa

PERSAMAAN UMUM

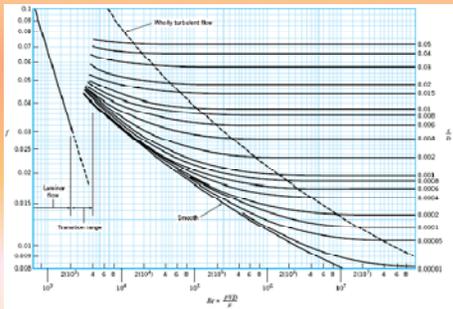
$$Re = \frac{\rho \cdot V \cdot D}{\mu} \text{ atau } Re = \frac{V \cdot D}{\nu}$$

a $D_h = a$

a $D_h = \frac{2ab}{a + b}$

Aliran Dalam Pipa

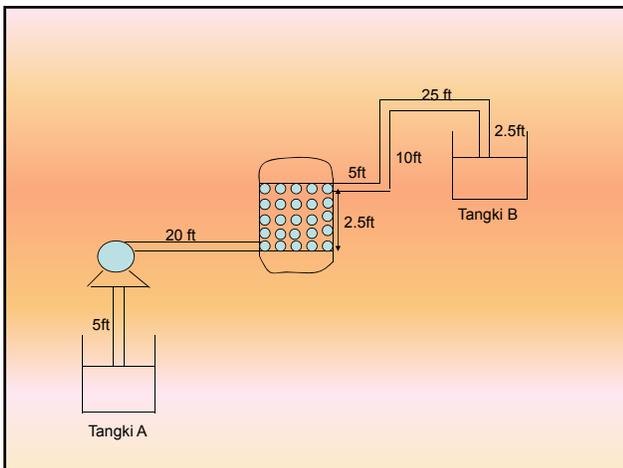
Diagram MOODY



SOAL

Suatu fluida cair dengan $\rho = 80,3162 \text{ lbm/ft}^3$ dan $\mu = 1,008 \cdot 10^{-2} \text{ lbm/ft}\cdot\text{det}$ akan dipindahkan dari tangki A ke tangki B dengan laju 100 lbm/menit , melalui kolom isian (unggun) yang berisi partikel padatan bola dengan diameter (D_p) 8 mm (lihat gambar). Dimana diameter pipa = 1 inch dan diameter kolom = 1 ft .

1. Jawablah pertanyaan berikut ini dengan jelas :
 - a. Aliran fluida tersebut bisa turbulen atau laminar. Jelaskan perbedaan antara TURBULEN dengan LAMINER.
 - b. Apakah yang disebut Bilangan Reynold (Re), Bilangan Prandtl (Pr), dan Bilangan Schmidt (Sc).
 - c. Pada aliran Turbulen, jelaskan pengaruh Re terhadap distribusi KECEPATAN, pengaruh Pr terhadap distribusi TEMPERATUR, dan pengaruhn Sc terhadap distribusi KONSENTRASI.
 - d. Apa yang disebut dengan faktor friksi (untuk aliran fluida dalam pipa dan unggun).



JAWABAN NO. 1a

TURBULEN

- Bilangan $Re > 2100$
- Distribusi kecepatan, temperatur, dan konsentrasi lebih seragam di tiap posisi
- Kalor, massa, dan momentum ditransfer terutama oleh olakan

$$\frac{\langle \bar{V}_z \rangle}{V_{z,\max}} = \frac{4}{5}$$

LAMINER

- Bilangan $Re < 2100$
- Distribusi kecepatan, temperatur, dan konsentrasi tidak merata (drastis) di tiap posisi
- Kalor, massa, dan momentum ditransfer secara molekular

$$\frac{\langle \bar{V}_z \rangle}{V_{z,\max}} = \frac{1}{2}$$

JAWABAN NO. 1b

- Bilangan Reynold (Re) merupakan bilangan tak berdimensi yang dipakai untuk menentukan distribusi kecepatan suatu aliran sehingga dapat menentukan sifat suatu aliran (Re <2100 : Laminar , Re >2100 : Turbulen)

$$Re = \frac{\rho \cdot \langle v \rangle \cdot D}{\mu}$$

- Bilangan Prandtl (Pr) merupakan suatu nilai / harga yang dipakai untuk menentukan distribusi temperatur pada suatu aliran

$$Pr = \frac{\overline{C_p} \cdot \mu}{K}$$

Cont'd

- Bilangan Schmidt (Sc) adalah suatu nilai atau harga yang digunakan untuk menentukan distribusi konsentrasi pada suatu aliran

$$Sc = \frac{\mu}{\rho \cdot D_{AB}}$$

JAWABAN NO.1c

- Pada fig 5.3-1 (Bird) untuk aliran turbulen Re >2100, terlihat kurvanya semakin linier sehingga distribusi kecepatannya semakin merata. Seperti telah diketahui, distribusi kecepatan untuk aliran turbulen lebih seragam di setiap titik. Profil v cenderung flat.
- Berdasarkan fig 12.3-2 (Bird) dan diktat kuliah, kurva terlihat semakin konstan dengan bertambahnya harga Pr, sehingga hal ini menunjukkan distribusi temperaturnya semakin merata. Karena pada aliran turbulen nilai konduktivitas termalnya semakin kecil. Energi termal ditransport dengan cepat oleh olakan.
- Berdasarkan grafik di diktat kuliah, sama seperti nilai Pr, harga Sc pun terlihat semakin konstan dengan pertambahan nilainya. Sehingga distribusi konsentrasinya akan semakin merata. Pada aliran turbulen distribusi konsentrasi tidak hanya dipengaruhi oleh difusivitas, tetapi juga oleh olakan. Sehingga nilai D_{AB} nya semakin kecil.

JAWABAN NO. 1d

Faktor friksi untuk aliran dalam pipa adalah suatu nilai yang menunjukkan faktor gaya yang terjadi antara fluida dengan pipa, akibat adanya kekasaran pada pipa.

- Aliran Laminar → Formula Hagen-Poiseuille:

$$f = \frac{64}{Re} \quad (Re < 2100)$$

- Aliran Turbulen → Formula Blasius:

$$f = \frac{0.079}{Re^{1/4}} \quad (2100 < Re < 10^5)$$

- Untuk $Re > 10^5$ → Lihat fig.6.2-2 Bird

Sedangkan faktor friksi untuk aliran dalam unggun adalah suatu nilai yang menunjukkan faktor gaya yang terjadi antara fluida dengan partikel yang terdapat di dalam unggun

$$\frac{P_0 - P_L}{\frac{1}{2} \rho \cdot v_0^2} = \frac{L}{D_p} 4f$$

2. Bila diketahui bilangan Re pada kolom isian (bukan di pipa) = 10, hitunglah porositas (ϵ) dan faktor friksi (f) dalam unggun serta pressure drop yang terjadi di unggun tersebut.

Diket : $D_{\text{pipa}} = 1 \text{ in}$; $R_{\text{pipa}} = 0.5 \text{ in}$
 $D_{\text{kolom}} = 1 \text{ ft}$
 $D_p = 8 \text{ mm} = 0.0262 \text{ ft}$
 $\rho = 80.3162 \text{ lbm/ft}^3$
 $\mu = 1.008 \times 10^{-2} \text{ lbm/ft} \cdot \text{det}$
 $w = 100 \text{ lbm/menit}$

JAWABAN NO.2

$$v_0 = \frac{w}{\rho \cdot A} = \frac{w}{\rho \cdot \frac{\pi \cdot D^2}{4}} = \frac{100 \text{ lbm/min} \cdot \frac{1 \text{ min}}{60 \text{ s}}}{80,3162 \text{ lbm/ft}^3 \cdot \frac{\pi \cdot 1^2}{4} \text{ ft}^2} = 0,026 \text{ ft/s}$$

$$G_0 = \rho \cdot v_0 = 80,3162 \text{ lbm/ft}^3 \cdot 0,026 \text{ ft/s} = 2,089 \text{ lbm/ft}^2 \cdot \text{s}$$

$$D_p = 8 \text{ mm} = 0,026 \text{ ft}$$

$$\text{Re} = 10 \rightarrow \text{transisi}$$

$$\text{Re} = \frac{G_0 \cdot D_p}{\mu} \cdot (1 - \epsilon)^{-1}$$

$$10 = \frac{2,089 \text{ lbm/ft}^2 \cdot \text{s} \cdot 0,026 \text{ ft}}{1,008 \cdot 10^{-2} \text{ lbm/ft} \cdot \text{s}} (1 - \epsilon)^{-1}$$

$$(1 - \epsilon)^{-1} = 1,856$$

$$(1 - \epsilon) = 0,539$$

$$\epsilon = 0,461$$

Untuk mencari pressure drop, kita gunakan persamaan Ergun yang berlaku untuk laminer, transisi, maupun turbulen :

$$\left(\frac{P_0 - P_L}{L}\right) = 150 \frac{\mu v_0 (1-\epsilon)^2}{D_p^2 \epsilon^3} + 1,75 \frac{\rho v_0^2 (1-\epsilon)}{D_p \epsilon^3}$$

$$\left(\frac{P_0 - P_L}{L}\right) = 150 \frac{1,008 \cdot 10^{-2} \text{ lbm/ft}\cdot\text{s} \cdot 0,026 \text{ ft/s} (1-0,46)^2}{(0,026 \text{ ft})^2} + 1,75 \frac{80,3162 \text{ lbm/ft}^3 (0,026 \text{ ft/s})^2 (1-0,46)}{0,026 \text{ ft} \cdot 0,46^3}$$

$$\left(\frac{P_0 - P_L}{L}\right) = (172,446 + 20,105) \text{ lbm/ft}^2 \cdot \text{s}^2$$

$$\left(\frac{P_0 - P_L}{L}\right) = 192,551 \text{ lbm/ft}^2 \cdot \text{s}^2 \cdot \frac{1 \text{ lbf}\cdot\text{s}^2}{32,2 \text{ lbm}\cdot\text{ft}} \cdot \frac{1 \text{ ft}^2}{144 \text{ in}^2}$$

$$\left(\frac{P_0 - P_L}{L}\right) = 0,0415 \text{ psi/ft}$$

Faktor friksi:

$$\frac{P_0 - P_L}{\frac{1}{2} \rho \cdot v_0^2} = \frac{L}{D_p} 4 f$$

$$\frac{\Delta P}{L \times \frac{1}{2} \rho \cdot v_0^2} = \frac{1}{D_p} 4 f$$

$$\frac{192,551 \text{ lbm/ft}^2 \cdot \text{s}^2}{\frac{1}{2} \times 80,3162 \text{ lbm/ft}^3 (0,026 \text{ ft/s})^2} = \frac{4 f}{0,026 \text{ ft}}$$

$$f = 46,104$$

3. Soal : Berapa hP kerja pompa yang diperlukan untuk memindahkan fluida dari tangki A ke tangki B ? Asumsikan tinggi level cairan di kedua tangki tsb konstan.

Jwb .

Asumsi :

- steady state
- incompressible fluid
- tinggi fluida pada kedua tangki konstan

Persamaan Bernoulli:

$$\frac{1}{2} \langle v \rangle^2 + g \cdot \Delta h + \int_{P_A}^{P_B} \frac{1}{\rho} dP + \hat{W} + (\hat{E}_v)_{\text{pipa}} + (\hat{E}_v)_{\text{nonpipa}}$$

$$\frac{1}{2} \langle v \rangle^2 = 0 \quad ; \quad \int_{P_A}^{P_B} \frac{1}{\rho} dP = 0$$

$$Q = \frac{1,667 \text{ lbm/s}}{80,3162 \text{ lbm/ft}^3} = 2,076 \cdot 10^{-2} \text{ ft}^3/\text{s}$$

$$\langle v \rangle = \frac{Q}{A_{\text{pipa}}} = \frac{2,076 \cdot 10^{-2} \text{ ft}^3/\text{s}}{\pi \left(\frac{0,5}{12} \text{ ft}\right)^2} = 3,806 \text{ ft/s}$$

$$Re = \frac{\rho \langle v \rangle D}{\mu} = \frac{(80,31620 \text{ lbm/ft}^3) (3,806 \text{ ft/s}) (\frac{1}{12} \text{ ft})}{(1,008 \cdot 10^{-2} \text{ lbm/ft.s})} = 2527,145 \rightarrow \text{turbulen}$$

→ Mencari \hat{E}_v pipa

Untuk $Re > 2,1 \cdot 10^3$

$$f = \frac{0,0791}{Re^{\frac{1}{4}}} = 0,011$$

$$(\hat{E}_v)_{\text{pipa}} = \sum \frac{1}{2} \langle v \rangle^2 \cdot \frac{L}{D} \cdot Af = \frac{2 \langle v \rangle^2 f}{D} \sum L_i$$

$$(\hat{E}_v)_{\text{pipa}} = \frac{2(3,806 \text{ ft/s})^2 (0,011)}{(\frac{1}{12} \text{ ft})} \cdot (5 + 20 + 5 + 10 + 25 + 2,5) \text{ ft} = 258,134 \text{ ft}^2/\text{s}^2$$

→ Mencari $(\hat{E}_v)_{\text{nonpipa}}$

1) Sudden Contraction

$$\beta=0 \rightarrow e_v = 0,45(1-\beta) = 0,45$$

2) 3 elbow

$$\rightarrow e_v = 3(0,5) = 1,50$$

3) Sudden Expansion

$$\beta=0 \rightarrow e_v = ((1/\beta)-1)^2 = 1$$

$$(\hat{E}_v)_{\text{non pipa}} = \frac{1}{2} \langle v \rangle^2 e_v = \frac{1}{2} (3,806 \text{ ft/s})^2 \cdot (0,45 + 1,5 + 0,05 + 1) = 21,728 \text{ ft}^2/\text{s}^2$$

Mencari E_v packed column

$$\hat{E}_v = \sum \frac{1}{2} \langle v \rangle^2 \frac{L}{Rh} f$$

$$\langle v \rangle = \frac{w}{\epsilon} = \frac{0,026 \text{ ft/s}}{0,461} = 0,056 \text{ ft/s}$$

$$Rh = \frac{\epsilon}{a} = \frac{0,461}{124,385 \text{ ft}^{-1}} = 3,706 \cdot 10^{-3} \text{ ft}$$

$$Dp = \frac{6}{a_v}$$

$$a = a_v (1 - \epsilon)$$

$$a = \frac{6}{Dp} (1 - \epsilon) = \left(\frac{6}{0,026 \text{ ft}} \right) (1 - 0,461) = 124,385 \text{ ft}^{-1}$$

$$(\hat{E}_v)_{\text{packed column}} = \frac{1}{2} (0,056 \text{ ft/s})^2 \frac{2,5 \text{ ft}}{3,706 \cdot 10^{-3} \text{ ft}} \cdot (46,104) = 49,465 \text{ ft}^2/\text{s}^2$$

$$g \cdot \Delta h + \hat{W} + (\hat{E}_v)_{\text{pipa}} + (\hat{E}_v)_{\text{nonpipa}} + (\hat{E}_v)_{\text{packed column}} = 0$$

$$\left\{ (32,2 \text{ ft/s})^2 (5 + 2,5 + 10 - 2,5) \text{ ft} \right\} + \hat{W} + \left\{ 258,134 \text{ ft}^2/\text{s}^2 \right\} + \left\{ 21,728 \text{ ft}^2/\text{s}^2 \right\} + \left\{ 49,465 \text{ ft}^2/\text{s}^2 \right\} = 0$$

$$\hat{W} = -812,327 \text{ ft}^2/\text{s}^2$$

$$\hat{W}_{\text{pompa}} = +812,327 \text{ ft}^2/\text{s}^2$$

$$W = w \cdot \hat{W} = (1,667 \text{ lbm/s}) \cdot (812,217 \text{ ft}^2/\text{s}^2) \left(\frac{\text{lb} \cdot \text{s}^2}{32,20 \text{ lbm} \cdot \text{ft}} \right)$$

$$W = 42,054 \text{ ft} \cdot \text{lb} \cdot \text{f/s} = 0,077 \text{ hp}$$

